

## I. ANTIDERIVADAS

1. Realice la antiderivación y compruebe el resultado calculando la derivada de la respuesta

a.  $\int 3x^4 dx$

b.  $\int \frac{1}{x^3} dx$

c.  $\int \frac{y^4+2y^2-1}{\sqrt{y}} dy$

d.  $\int \frac{27t^3-1}{\sqrt[3]{t}} dt$

e.  $\int (3\sin t - 2\cos t) dt$

f.  $\int (3\csc^2 t - 5\sec t \tan t) dt$

g.  $\int \frac{3\tan\theta - 4\cos^2\theta}{\cos\theta} d\theta$

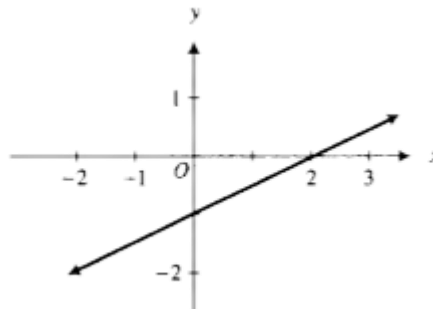
h.  $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$

i.  $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

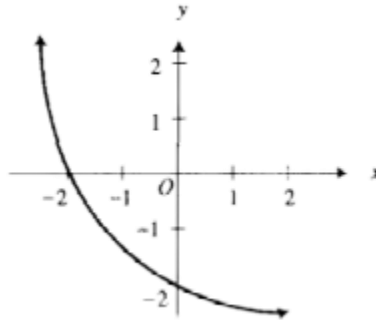
j.  $\int (5\cos x - 4\sin x) dx$

2. En los siguientes ejercicios, la gráfica de una función  $f$  se muestra en la figura adjunta. Una antiderivada de  $f$  es  $F$ , la cual es continua en todo número y tiene los valores dados. Dibuje una gráfica posible de  $F$ .

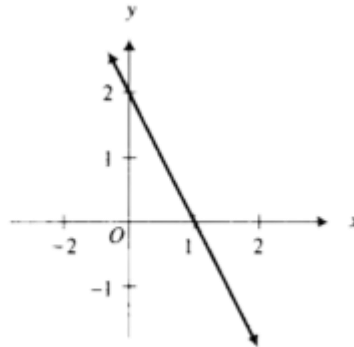
a.  $F(0) = 3$



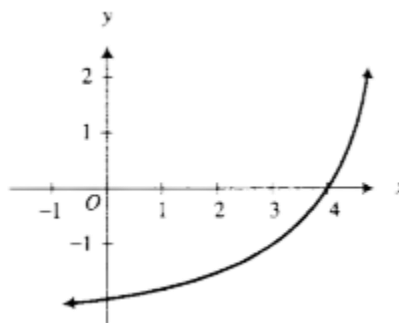
b.  $F(-2) = 0$  y  $F(0) = -1$



c.  $F(0) = 1$



d.  $F(0) = 2$  y  $F(4) = 0$



## II. TÉCNICAS DE ANTIDERIVACIÓN

1. Efectúe la *Antiderivación*. Verifique el resultado, mediante diferenciación.

a.  $\int x^3 \sqrt{x^2 - 9} \, dx$

b.  $\int \cos 4\theta \, d\theta$

c.  $\int \frac{\sec^2 3\sqrt{t}}{\sqrt{t}} \, dt$

d.  $\int w^2 \sec^2 w^3 \, dw$

e.  $\int x \sqrt{x + 2} \, dx$

f.  $\int \left(t + \frac{1}{t}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{t^2 - 1}{t^2}\right) \, dt$

g.  $\int \sin^3 \theta \cos \theta \, d\theta$

h.  $\int \sec x \tan x \cos(\sec x) \, dx$

2. Evalúe  $\int (2x + 1)^3 \, dx$  mediante dos métodos:

a. Desarrolle  $(2x + 1)^3$  utilizando el teorema del binomio.

b. Considere  $u = 2x + 1$ .

c. Explique la aparente diferencia en las respuestas de *a)* y *b)*.

3. Calcule  $\int \csc^2 x \cot x \, dx$  mediante dos métodos:

a. Considere  $u = \cot x$ .

b. Considere  $v = \csc x$ .

c. Explique la aparente diferencia en las respuestas de *a)* y *b)*.

### III. ÁREA

1. Calcule la suma o exprese en función de "n", usando teoremas.
  - a.  $\sum_{i=1}^6 (3i - 2)$
  - b.  $\sum_{i=1}^{20} (5i + 4)$
  - c.  $\sum_{i=1}^7 (i^2 + 1)$
  - d.  $\sum_{i=1}^n 4i^2(i - 2)$
  - e.  $\sum_{i=1}^n 2i(1 + i^2)$
  
2. Evalúe los siguientes límites:
  - a.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{2i}{n} \right) \left( \frac{2}{n} \right) \right)$
  - b.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n^2} \right)$
  - c.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{i=1}^n \frac{5}{n^3} (i - 1)^2 \right)$
  
3. Usando la Definición de Área de una región plana, determine el área de la región limitada por:
  - a.  $y = x^2$ , el eje  $x$  y la recta  $x = 2$ ; rectángulos inscritos.
  - b.  $y = x^3 + x$ , el eje  $x$  y las rectas  $x = -2$  y  $x = 1$ ; rectángulos circunscritos

#### IV. TEOREMAS FUNDAMENTALES DEL CÁLCULO

1. Obtenga la *Derivada*.

a.  $\frac{d}{dx} \int_0^x \sqrt{4+t^6} dt$

b.  $\frac{d}{dx} \int_1^{x^3} \sqrt[3]{t^2+1} dt$

c.  $\frac{d}{dx} \int_x^3 \sqrt{\sin t} dt$

d.  $\frac{d}{dx} \int_{-x}^x \frac{1}{3+t^2} dt$

e.  $\frac{d}{dx} \int_{-x}^x \cos(t^2+1) dt$

2. Evalúe la *Integral Definida*.

a.  $\int_0^3 (3x^2 - 4x + 1) dx$

b.  $\int_{-2}^0 3w\sqrt{4-w^2} dw$

c.  $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} 3\csc^2 2x dx$

d.  $\int_0^{1/2} \sec^2 \frac{1}{2}\pi t \tan \frac{1}{2}\pi t dt$

3. Determine:  $\int_4^{16} [D_x \int_5^x (2\sqrt{t} - 1) dt] dx$ .

4. Calcule el *Valor Promedio* de la función  $f$  en el intervalo  $[a, b]$ .

a.  $f(x) = 9 - x^2; [a, b] = [0, 3]$

b.  $g(x) = 8x - x^2; [a, b] = [0, 4]$

c.  $h(x) = x^2\sqrt{x-3}; [a, b] = [7, 12]$

## V.VOLÚMENES

1. Obtenga el *Volúmen del Sólido* generado al girar alrededor del eje indicado, la región acotada correspondiente.

a.  $y = \csc x, y = 0, x = \frac{1}{6}\pi$  y  $x = \frac{1}{3}\pi$ ; girando alrededor del eje  $x$ .

b.  $y = \cot x, x = \frac{1}{6}\pi, y = 0$ ; girando alrededor del eje  $x$ .

c.  $y = \tan x, x = \frac{1}{3}\pi, y = 0$ ; girando alrededor del eje  $x$ .

d.  $x = -4, x = 4 + 6y - 2y^2$ ; girando alrededor de la recta  $x = -4$ .

e.  $y^2 = 4x$  y la recta  $y = x$ ; girando alrededor del eje  $x$ .

f.  $y = x^2, y = 1 + x - x^2$ ; girando alrededor de la recta  $y = -3$ .

g.  $y = \csc x, y = 2, x = \frac{1}{6}\pi, x = \frac{5}{6}\pi$ ; girando alrededor del eje  $x$ .

2. Calcular la *Longitud de la Curva* dada en el intervalo indicado.

a.  $f(x) = \frac{x^4}{8} + \frac{1}{4x^2}, x \in [1,2]$

b.  $g(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}, x \in [0,3]$

## VI. FUNCIONES INVERSAS Y TRIGONOMÉTRICAS

- Utilice el criterio de la *Recta Horizontal* para determinar si la función es uno a uno. Dibuje la gráfica.
  - $f(x) = 2x + 3$
  - $g(x) = \sqrt{x + 3}$
  - $h(x) = |x - 2|$
  - $F(x) = 2\sin x, -\frac{1}{2}\pi \leq x \leq \frac{1}{2}\pi$
- Determine si la función tiene *Inversa*. Si la inversa existe, determínela y establezca su dominio y contradominio. Además, trace sus gráficas.
  - $f(x) = 5x - 7$
  - $g(x) = 3\sqrt[3]{x} + 1$
  - $h(x) = \frac{8}{x^3 + 1}$
- Considere  $y = f(x)$  y  $x = f^{-1}(y)$ , y verifique que  $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$ .
  - $f(x) = 4x - 3$
  - $g(x) = \sqrt{x + 1}$
  - $h(x) = \frac{2x - 3}{x + 2}$
  - $F(x) = \sqrt[5]{x}$
- Calcule  $(f^{-1})'(d)$ .
  - $f(x) = \sqrt{3x + 1}; d = 1$
  - $g(x) = x^5 + 2; d = 1$
  - $h(x) = \int_x^2 t dt, x < 0; d = -6$

## VII. FUNCIONES LOGARÍTMICAS, EXPONENCIALES E HIPERBÓLICAS

1. Calcule la *Derivada* de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = \ln \frac{e^{4x-1}}{e^{4x+1}}$

b.  $f(x) = \operatorname{sece}^{2x} + e^{2\operatorname{sec}x}$

c.  $g(x) = x^{\sinh x}, x > 0$

d.  $h(x) = \ln(\tanh x)$

e.  $H(x) = \ln\sqrt{1-x^2} - x \tanh^{-1}x$

2. Evalúe la *Integral Indefinida*.

a.  $\int \sinh 4x \cosh x \, dx$

b.  $\int \operatorname{sech}^2 x \tanh^2 x \, dx$

c.  $\int \tanh 2x \ln(\cosh 2x) \, dx$

d.  $\int \operatorname{sech}^2 t \, dt$

e.  $\int \operatorname{sech}^2 x \tanh^5 x \, dx$

f.  $\int \operatorname{coth}^2 3x \, dx$

3. Exprese la *Integral Indefinida* en términos de una *Función Hiperbólica Inversa* y como un *Logaritmo Natural*.

a.  $\int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$

b.  $\int \frac{dw}{\sqrt{5-e^{-2w}}}$



## VIII. INTEGRACIÓN POR PARTES

1. Evalúe la *Integral Indefinida*. Verifique su respuesta mediante diferenciación.

a.  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$

b.  $\int (3x^2 + 2x - 1) dx$

c.  $\int (4x + 1)^2 dx$

d.  $\int (4w - 1)^3 dw$

e.  $\int (x^2 - 1) dx$

f.  $\int 10w\sqrt{w} dw$

2. Calcule el valor exacto de la *Integral Definida*.

a.  $\int_0^1 x^2 e^{cx} dx$

b.  $\int_0^\pi \sin \ln x dx$

c.  $\int_0^5 \frac{dx}{x(\ln x)^n} dx$

d.  $\int_{-2}^3 x^2 3^{x^3} dx$

e.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sech}^2(2x - 1) dx$

f.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sinh^2 x dx$

## IX. INTEGRALES TRIGONOMÉTRICAS

1. Evalúe la *Integral Indefinida*.

a.  $\int \frac{\cos^3 3x}{\sqrt[3]{\sin 3x}} dx$

b.  $\int \cos^2 \frac{1}{2}x dx$

c.  $\int \sqrt{\cos z} \sin^3 z dz$

d.  $\int \sin^4 x \cos x dx$

e.  $\int \frac{\sin^2 \pi x}{\cos^6 \pi x} dx$

f.  $\int \frac{\csc^4 x}{\cot^2 x} dx$

2. Calcule el valor exacto de la *Integral Definida*.

a.  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin 3x \cos 5x dx$

b.  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 2x \cos 4x dx$

c.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^4 t}{\sin^6 t} dt$

d.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan^3 x}{\sec x} dx$

e.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cot^3 w dw$

## X. INTEGRACIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS MEDIANTE SUSTITUCIÓN TRIGONOMÉTRICA

1. Evalúe la *Integral Indefinida*.

a.  $\int 5\sqrt{1-x^2} dx$

b.  $\int 5\sqrt{1-2x^2} dx$

c.  $\int x^4(1+x^5)^3 dx$

d.  $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^4+15}} dx$

e.  $\int \frac{\cos x}{(5+\sin x)^2} dx$

f.  $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^4+12}} dx$

2. Calcule el valor exacto de la *Integral Definida*.

a.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$

b.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$

c.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin x \cos x} dx$

d.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos x - 1}$

## XI. INTEGRACIÓN DE FUNCIONES RACIONALES

1. Evalúe la *Integral Indefinida*.

a.  $\int \frac{5x-1}{x^2-1} dx$

b.  $\int \frac{4w-11}{2w^2+7w-4} dw$

c.  $\int \frac{9t^2-26t-5}{3t^2-5t-2} dt$

d.  $\int \frac{\sec^2 t(\sec^2 t+1)}{\tan^3 t+1} dt$

e.  $\int \frac{e^{5x}}{(e^{2x}+1)^2} dx$

f.  $\int \frac{2x^2+3x+2}{x^3+4x^2+6x+4} dx$

2. Calcule el valor exacto de la *Integral Definida*.

a.  $\int_1^2 \frac{x-3}{x^3+2} dx$

b.  $\int_0^1 \frac{x dx}{x^3+2x^2+x+2}$

c.  $\int_0^4 \frac{x+4}{2x^2+5x+2} dx$

d.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \sin^3 x} dx$

## XII. INTEGRACIÓN MEDIANTE OTRAS TÉCNICAS DE SUSTITUCIÓN

1. Evalúe la *Integral Indefinida*.

a.  $\int \sqrt{1 - 7w^2} dw$

b.  $\int \frac{\sqrt{x^2+16}}{x^4} dx$

c.  $\int \sqrt{x^2 - x^\pi} dx$

d.  $\int \sqrt{x^2 + 9} dx$

e.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^4-x^2}} dx$

f.  $\int \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2}} dx$

2. Calcule el valor exacto de la *Integral Definida*.

a.  $\int_1^2 \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} dx$

b.  $\int_5^7 \frac{x^5-3x^2+4}{x-2} dx$

c.  $\int_1^2 \frac{x^4-6x^3+12x^2+6}{x^3-6x^2+12x-8} dx$

d.  $\int_2^3 \frac{2x^2}{(x+1)^3} dx$