

I- DESIGUALDADES

1. Encontrar los valores de "x" que satisfacen simultáneamente las dos condiciones.

a) $2(x + 1) \leq 3\left(x + \frac{1}{3}\right) \wedge 2(x + 12) - 3 \geq 5(x + 2)$

b) $3(x - 2) \leq 4\left(3x - \frac{3}{4}\right) \wedge 2x + 11 \leq x + 22$

c) $x + 15 < -2\left(1 - \frac{1}{4}x\right) + 12 \wedge 5(x + 1) - 10 \leq 6\left(\frac{1}{3}x + 2\right)$

2. Determine los valores de "x" que satisfacen al menos una de las condiciones.

a) $\frac{2}{3}x + 2 > -1 \vee 4\left(x + \frac{7}{2}\right) \leq 3\left(\frac{1}{3}x + 3\right)$

b) $2\left(-\frac{5}{7} + \frac{3}{2}x\right) - x < 3\left(x - \frac{5}{21}\right) \vee 11x \leq 2\left(-13 + \frac{7}{2}x\right)$

c) $-2x + 7 \geq -6\left(x + \frac{1}{3}\right) + x \vee 6x + 21 > 2(4 + x)$

3. Encuentra para cada inciso los valores de "x" tales que:

I. La expresión sea positiva

II. La expresión sea negativa

III. La expresión sea igual a cero.

a) $3\left(x + \frac{1}{3}\right)$

b) $x^2 - 196$

c) $\frac{2x-1}{x-3} - 1$

d) $\frac{2(-1+x)}{x} - 1$

e) $x^3 - 7x^2 + 6x$

II- INECUACIONES

1. Encontrar los valores de “ x ” que satisfacen la desigualdad para cada inciso. Representa la solución de forma gráfica.

a) $\left| \frac{x-2}{x} \right| \geq 1$

b) $\left| \frac{3x-2}{x-4} \right| \geq 1$

c) $\left| \frac{x^2+1}{x} \right| < 8$

d) $(x+2)^2 \geq 4x+2$

e) $|(x+3)(x-5)| \leq 12$

2. Resuelve para $x \in R$.

a) $|x+5| - x = 6$

b) $|x+4| + |x+6| = 10$

c) $|x-6| = 12$

d) $|x-3| - |x+3| = 3$

3. Despejar “ x ” de la desigualdad dada y escribir la solución usando la notación de valor absoluto.

a) $x^2 - 2 - x < 4\left(\frac{2}{8} - x\right)$

b) $\frac{x+2}{x-3} < 0$

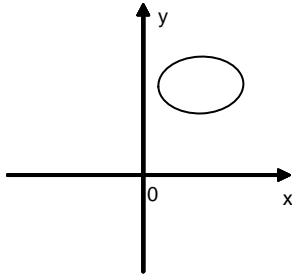
c) $\frac{3x}{x+2} > 1$

d) $x^2 < x+4$

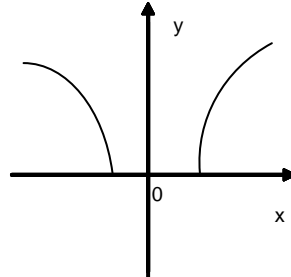
e) $(x-4)^2 > 1$

III- FUNCIONES (i)

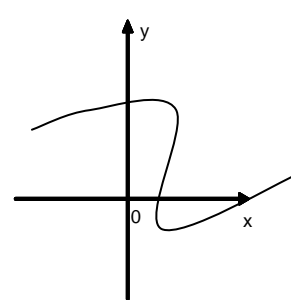
1. Determina cuáles de las siguientes gráficas representan una función.



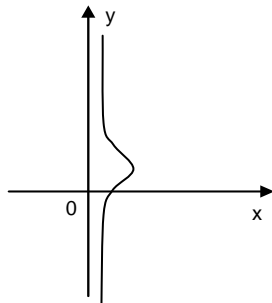
a)



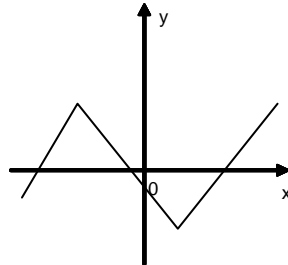
b)



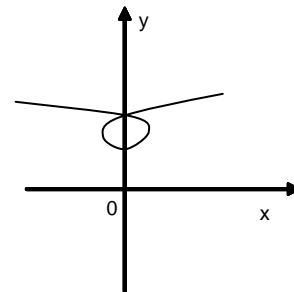
c)



d)



e)



f)

2. Determine si la ecuación dada representa una función o relación. Justifique su respuesta.

a) $2y^2 - xy^2 = x - 1$

b) $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$

c) $\frac{1}{4}(9x^2 - 36) = y$

d) $y = |x^2|$

3. Calcula las funciones $f + g$, $f - g$, fg , $\frac{f}{g}$, $\frac{g}{f}$, $f \circ g$ y $g \circ f$ especificando el dominio en cada caso.

a) $f(x) = x - 9$; $g(x) = x^2 + 4$

b) $f(x) = x^2 - 20$; $g(x) = \sqrt{x + 4}$

IV- FUNCIONES (ii)

1. Para la función dada obtener el valor $f(0)$ y los valores de " x " para los cuáles $f(x) = 0$; donde $x \in R$.

a) $f(x) = \frac{1-x-x^2}{x^2-4x}$

b) $f(x) = |x^2 - 6x + 9|$

c) $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 1 \\ x^2 + 3x - 15 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

d) $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x^2+1}}$

e) $f(x) = 3|x - 6| + 9$

f) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

2. Determina si la función dada es par, impar o ninguna de las anteriores.

a) $f(x) = 5x - x^3$

b) $h(x) = x^6 + 3x^2 - 2$

c) $g(x) = \frac{x}{1-x^2}$

d) $w(x) = \frac{4x^2}{x^2-11}$

e) $y(x) = \frac{-5}{x}$

3. Calcular $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, $h \neq 0$ si:

a) $f(x) = x^3 - 6x$

b) $h(x) = \sqrt{5x - 2}$

c) $g(x) = |x + 8|$

d) $w(x) = \frac{x-6}{x-2}$

e) $y(x) = x^2 - 5x + 2$

V- GRÁFICAS DE FUNCIONES

1. Traza la gráfica de la función señalada, especificando el dominio en cada una:

a) $f(x) = (x - 1)^3 - 2$

b) $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x < 3 \\ x^2 - 6x + 7 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

c) $f(x) = 2 \frac{|x|}{x}$

d) $f(x) = |x^2 - 9|$

e) $f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x \leq -1 \\ -\sqrt{1 - x^2} & \text{si } -1 < x < 1 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

f) $f(x) = |1 - 2x| - 2$

g) $f(x) = 2x - |x|$

h) $f(x) = |x^3|$

i) $f(x) = |x - 1| + x - 1$

j) $f(x) = -\sqrt{x + 3} + 1$

VI- LÍMITES

1. Demuestre por definición que el límite es el número indicado.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 1) = 3$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 5)x = -2$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (2x - \frac{5}{7}) = -\frac{5}{7}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} (x + \frac{1}{5}) = \frac{11}{5}$

2. Evaluar cada límite.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 + 1}{5x^2 + x}$

b) $\lim_{y \rightarrow 0} y^5 (2y^6 - 3y^5)^{-1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + \frac{2x^2 + x}{x})$

e) $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{3y^2 - 5y - 3}{y} + \frac{3}{y}$

f) $\lim_{t \rightarrow 4} \frac{\sqrt{t} - 2}{t - 4}$

g) $\lim_{w \rightarrow 2} \frac{w^3 - 8}{w^2 - 4}$

h) $\lim_{z \rightarrow 1} (\frac{1}{z-3} - \frac{7}{z^2 + z - 12})$

3. Trazar la gráfica de cada función utilizando límites y encontrando asíntotas.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

b) $h(x) = \frac{3x^2}{x^2 + 2}$

c) $g(x) = \frac{2x - 3}{3x - 6}$

d) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$

VII- CONTINUIDAD

1. Determinar los valores de “ x ” para los cuales es discontinua la función dada.

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2}$, $2 \leq x$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \leq 2 \\ x - 2, & x > 2 \end{cases}$

2. Determinar los valores de “ a ” y “ k ”, de modo que la función dada sea continua en los reales.

a) $f(x) = \begin{cases} ax, & x < 3 \\ k, & x = 3 \\ -2x + 9, & x > 3 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} ax - k, & x < 1 \\ 5, & x = 1 \\ 2ax + k, & x > 1 \end{cases}$

3. Verificar las condiciones del teorema del valor intermedio para la función dada en el intervalo indicado. Si las condiciones se cumplen, halla el valor de “ c ” que satisfaga la conclusión del teorema.

a) $f(x) = x^2 - 4$ para $x \in [0,3]$; si $k = 2$

b) $f(x) = x^2 + x + 1$ para $x \in [-1,5]$; si $k = 13$

4. Evaluar el límite indicado.

a) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(-4t)}{3t}$

b) $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{r^2}{1 - \cos(r)}$

5. Trazar dos períodos de la gráfica de las funciones siguientes.

a) $f(x) = -\cos\left(\frac{x}{2}\right)$ $f(t) = 2\text{sen}\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$

VIII- DERIVADAS (i)

1. Obtener la derivada de las funciones siguientes por definición y simplificar el resultado (si existe).

a) $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$

b) $g(x) = \sqrt{x - 4}$

c) $h(x) = (x + 3)^{-1}$

d) $w(x) = |x - 7|$

2. Obtener la derivada de las funciones siguientes y simplificar el resultado.

a) $g(t) = \frac{6t}{(t^2+t-1)^3}$

b) $f(x) = (x^3 + 2x)(x^2 + 2x - 4)$

c) $h(x) = x^2 \sqrt[3]{x + 2}$

d) $v(t) = \left(\frac{1}{3}t^3\right)^4 (t^3 + 2)^2$

e) $y(r) = \frac{3}{r^2(r+1)^3}$

f) $T(t) = \frac{\sqrt[6]{t^2+1}}{\sqrt[3]{t+2}}$

g) $h(t) = (2t + 1)^2 (t^3 + 1)$

IX- DERIVADAS (ii)

1. Obtener la derivada de las funciones siguientes y simplificar cada resultado.

a) $f(z) = \sqrt{z+1} + \frac{1}{\sqrt{z^2-1}}$

b) $y(t) = \left(\frac{t+5}{t-1}\right)^{\frac{1}{2}}$

c) $x(\theta) = \frac{(\theta+1)^2+\theta}{\sqrt{\theta}}$

d) $x(\theta) = \sec \theta + 3\cos \theta$

e) $g(\alpha) = \alpha + \tan 2\alpha$

f) $r(x) = x^3 \sin x + \cos 2x$

g) $w(t) = \sin 3t \csc 3t$

h) $h(t) = 2\sqrt{t}$

i) $y(\theta) = \sqrt{\sin 4\theta}$

j) $f(x) = (3x+2)^4 \tan 2x$

k) $h(x) = \tan(x^2-1) \sin(2x+1)^2$

X- APLICACIONES DE LA DERIVADA Y DERIVACIÓN IMPLÍCITA

- Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica $C: y = x^3 - 6x + 2$ en el punto $A(3,11)$.
- Obtener el punto de la gráfica $y = 3x^2 + 6x - 2$ en el cual la pendiente de la recta tangente sea igual a 6.
- Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $C: y = 4x^2 - 10$ que es paralela a la recta $l_1: 3x - y + 12 = 0$.
- Usar diferenciación implícita para obtener $\frac{dx}{dy}$
 - $3x^3 - 6x^2 + 4xy - y - 6 = 0$
 - $x^2 + xy - 2y^2 - 2x + 1 = 0$
 - $7xy^2 - 5xy^3 + xy = 0$
 - $\cos(xy) = 1$
- Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica dada en el punto indicado.
 - $y = x^5 - x^4 + 1; A(1,1)$
 - $y = x^3 - 6x^2 + 9x; B(2,2)$
 - $y = \tan x; C(3\pi/4, -1)$
 - $x + \sin xy = \pi/2; D(\pi/2, 0)$
- Obtener los puntos de la gráfica de la ecuación dada en los cuales la recta tangente es horizontal.
 - $y = x^3 - 3x - 2$
 - $y = 2x^2 - x - 1$
- Hallar y simplificar $\frac{d^2y}{dx^2}$
 - $y = -3x^5 + x^4 - 3x^2$
 - $xy + x - y + 2 = 0$

XI- APLICACIONES GRÁFICAS DE LA DERIVADA

1. Para cada una de las funciones dadas, obtener:

- I. Sus puntos críticos: máximos y mínimos
- II. Intervalos de crecimiento y decrecimiento
- III. Puntos de inflexión
- IV. Intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo
- V. Gráfica.

a) $g(x) = -x^2 + 6x + 7$

b) $w(t) = \frac{t}{t-4}$

c) $h(x) = \frac{1}{8+x^3}$

d) $y(r) = r^3 + r^2 - r - 1$

e) $f(t) = t + \frac{1}{t}$

f) $r(t) = \frac{1+t^2}{1+t}$

2. Trazar la gráfica de una función continua que cumpla con las condiciones dadas.

a) $g(3) = 0, g'(3) = 0$ y $g''(x) > 0$

b) $f(0) = 3, f'(x) < 0$ y $f''(x) < 0$

c) $r(0) = 8, g'(x) = 0$ y $g''(x) = 0$

d) $h(0) = 0, h'(x) > 0, h''(x) > 0$ para $x > 0$ y $h''(x) < 0$ para $x < 0$

XII- PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

1. Dos hermanas empezarán en el negocio de la cosecha y van a comprar un terreno de $60m^2$ (rectangular). Cada una cercará 2 lados (de la misma longitud) del terreno. La hermana “ x ” gastará \$6 pesos por metro. La hermana “ y ” gastará \$8 pesos por metro. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del terreno que cercará cada hermana si se requieren minimizar gastos?
2. El área de una superficie rectangular es de $24m^2$. Sabemos que en su interior hay otra superficie rectangular de forma que los márgenes: superior e inferior rectangular entre ellas son de $\frac{3}{4}m$ ($0.75 m$) y que los márgenes laterales son de $\frac{1}{2}m$ ($0.5 m$). Halla las dimensiones de la superficie exterior para que el área comprendida entre los márgenes sea máxima.
3. Se tiene una lámina de cartón de $60 cm \times 45 cm$ y se quiere construir una caja con ella, para esto se recortará en cada esquina un cuadrado de lado “ x ”. Calcular “ x ” para que el volumen de dicha caja sea máximo.
4. Una imprenta tiene el trabajo de realizar un cartel con las siguientes características: la zona impresa debe ocupar $140 cm^2$, el margen superior debe medir $3 cm$, el inferior $2 cm$, el izquierdo $5 cm$ y el derecho $3 cm$. Calcule las dimensiones del cartel para utilizar la menor cantidad de papel posible.
5. Un agricultor sabe que si vende hoy su cosecha podrá recoger $20,000 kg$ que le pagarán a un precio de \$16 pesos por kg . Por cada día que espere la cosecha disminuirá en $600 kg$, pero el precio aumentará en \$5 pesos por kg . ¿Cuántos días deberá esperar para obtener el mayor beneficio?