I – IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

1. Compruebe la veracidad de las siguientes identidades:

a) $sen^2x + x \ = cos\ cos\ x\ \ sec\ sec\ x$

b) $x\ + x\ = \frac{1}{sen^2xx}$

c) $\frac{tanx}{senx} = secx$

d) $\frac{sen^2x}{x} + 1 = x$

e) $x\ + 1 = \frac{1}{sen^2x}$

f) $x\ + tan\ tan\ x\ \ cos\ cos\ x\ = x$

g) $\frac{cosx+senx}{senx} + 1 = 1 + \frac{1}{tanx}$

h) $sen^2x + \frac{1}{x} = 1$

i) $x\ = x\ + (cot\ cot\ x\ \ cos\ cos\ x\ )^2$

j) $\frac{secx}{tanx+cotx} = senx$

II – DISTANCIA ENTRE PRIMITIVOS (PUNTO A PUNTO Y PUNTO A LA RECTA)

1. Hallar la distancia del punto $P_1(-10, -10, -10)$ al punto $P_2(12,4,2)$.
2. Se tiene la ecuación de la recta $y = 2x + 2$, halle la distancia del punto $P(7,0)$ a la recta usando la formula y el producto punto, grafique y mida con una escuadra o regla y compare el resultado medido con los resultados calculados.
3. Un círculo de centro $(4, 7)$ y radio 3 es atacado en un videojuego por una bala que sigue la trayectoria de la recta $y = x + 2.5$. Diga si la bala golpea a la circunferencia.
4. Una esfera de centro $(-4, 3, 2)$ de radio 3 esta fija, un láser de radio 2 que sigue la trayectoria de la recta $(x, y, z) = (1, 1, 1) + t\,(3, 1, 1)$. Diga si el láser hace contacto con la esfera, sino diga que distancia hay entre la orilla del láser y la superficie de la esfera.
5. Obtenga la recta en R^3 que pasa por los puntos $(1, 3, 4)$ y el $(8, -2, 6)$, las ecuaciones que debe de obtener son la vectorial, paramétrica y simétrica.

III – DISTANCIA ENTRE PRIMITIVOS (ENTRE EL PUNTO Y EL PLANO)

1. Hallar la distancia del punto $P(6,4,-2)$ al plano $\pi: 5x + y - 3z + 1 = 0$.
2. Hallar la distancia del punto $P(5,-2,4)$ al plano $\pi: 13x - 14y + 7z = 23$.
3. Hallar la distancia del punto $P(8,-8,0)$ al plano $\pi: y = -9x - 8z$.
4. Los puntos $P_1(1,2,-1), P_2(4,3,-5)\ y\ P_3(-1,0,3)$ forman un plano. Hallar la distancia al punto $M(4,6,1)$. Utilice el método de la fórmula y compruebe usando el método del producto punto.
5. Encuentra la distancia entre los planos paralelos:
   $\pi_1: 4x - y + 7z - 23 = 0$ y $\pi_2: 4x - y + 7z - 17 = 0$

Tip: como son planos paralelos puedes usar cualquier punto de un plano y usar el otro plano para calcular la distancia.

IV – LOCALIZACIÓN DE PUNTOS DENTRO DE GEOMETRÍAS

6. El triángulo formado por los vértices $V_1(1,1), V_2(5,5)\ y\ V_3(9,1)$, se utilizará para saber si el punto $P_1(3,2)\ y\ P_2(9,2)$ están dentro de él.
7. Se tiene el triángulo formado por los vértices $V_1(1,2), V_2(5,1)\ y\ V_3(4,4)$. Diga si el punto $A(-5,2)\ y\ B(2,8)$ están dentro del triángulo.
8. Una pirámide está formada por los vértices: $V_1(-1,0,1), V_2(1,0,1), V_3(0,0,-1) y\ V_4(0,10,0)$. Determine si el punto $P(0,2,0)$ está dentro de ella.
9. Una caja está formada por los vértices: $V_1(-2,0,2), V_2(2,2,2), V_3(2,2,-2)$, $V_4(-2,0,-2), V_5(-3,6,2), V_6(1,7,2), V_7(1,7,-2)\ y\ V_8(-3,6,-2)$. Diga si el punto $P(-1,-1,-1)$ está dentro de la caja.
10. Determinar si el punto $P(1.5,1.5)$ está dentro del triángulo formado por los vértices $V_1(0,0), V_2(2,2) y\ V_3(4,0)$.

V – LOCALIZACIÓN DE PUNTOS DENTRO DE GEOMETRÍAS (ALGORITMOS COMPUTACIONALES COMPUESTOS PARA LOCALIZACIONES DE PUNTOS DENTRO).

1. Dados en una muestra de varios puntos sobre una zona, determine qué puntos están en el interior de la zona descrita por $A(2,2), B(2,4), C(8,2)\ y\ D(8,4)$.

a) $P_1(3,4)$
b) $P_2(-3,2)$
c) $P_3(2,3/2)$
d) $P_4(-8,10)$
e) $P_5(-13,6)$
f) $P_6(5,8)$
g) $P_7(5,3)$
h) $P_8(6,10)$
i) $P_9(4,3)$

VI – COLISIONES 2D (RECTANGULARES Y CIRCULARES)

1. Con la información dada, determina si existe colisiones. Las colisiones están representadas en $Rect(x, y, ancho, alto)$ y $Circ(x, y, radio)$

a) $Rect_1(6,14,3,2),\ Rect_2(8,6,2,2)$
b) $Rect_1(3,7,3,2), Rect_2(3,6,3,2)$
c) $Rect_1(2,4,4,3),\ Rect_2(6,7,1,1)$
d) $Rect_1(2,8,2,3), Rect_2(3,7,3,1)$
e) $Circ_1(3,3,3),\ Circ_2(2,0.8,3)$

2. El Sprite de una nave se compone de dos colisiones circulares: $C_1(0,2.5,1.5)$ y $C_2(0,-3,3)$ respecto a la imagen mostrada debajo.

   Las naves parten de las posiciones:

$$N_1(-8,-7)\ y\ N_2(8,7)$$

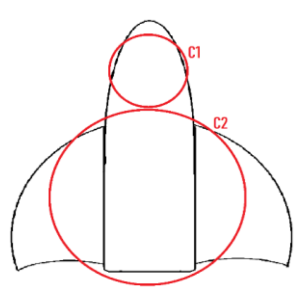
   N_1 se traslada en los siguientes vectores:

$$V_1(10,95)\ Vel = 1, V_2(10,30)\ Vel = 1$$

   N_2 se traslada en los siguientes vectores:

$$V_1(10,10)\ Vel = 1, V_2(10,95)\ Vel = 1$$

   Determina si las naves chocan.



VII – COLISIONES 3D PRISMATICAS Y ESFERICAS

1. Con la información dada, determina si existe colisiones.
   Las colisiones están representadas en
   $Rect(x, y, z, ancho, alto, profundidad)\ y\ Circ(x, y, z, radio)$

a) $Rect_1(-2,1,2,2,2,1), Rect_2(1,-1,-1,2,4,3)$
b) $Rect_1(-1,1,2,3,1,2), Rect_2(-1,1,4,1,1,3)$
c) $Rect_1(2,-1,-3,2,2,1), Rect_2(0,1,2,3,1,2)$
d) $Circ_1(1,3,2,1), Circ_2(1,1,1,2)$
e) $Circ_1(2,1,1,2), Circ_2(4,0,0,0.3)$

VIII – COLISIONES RAY TRACE

1. La esfera (1,0,5,4) es agredida por un rayo láser que sigue la trayectoria $P(t) = (5,3,5) + t(15,11,-17)$. Diga cuáles son los puntos de colisión, si los hay.
2. Se tiene la esfera en el origen de radio 3. Determine los puntos de intersección de la recta formada por los puntos $P_1(-4,-4,2)\ y\ P_2(1,10,-5)$.
3. Dos jugadores intentan dispararle a una esfera de radio 2 en la posición $(-1,3,-3)$. El primer disparo sigue la recta $P_1(t) = (4,-7,-2) + (-18,15,4)$ y el segundo, $P_2(t) = (-4,-6,-4) + t(6,16,3)$. ¿Cuál disparo dio en la esfera?, ¿En qué posición impactó el disparo?
4. Determine los puntos de intersección de la recta $P(t) = (11,0,11) + t(11,-12,1)$ con la esfera $(10,-8,3,3)$.
5. Determine los puntos de intersección de la recta formada por los puntos $P_1(4,-4,2)\ y\ P_2(-5,5,2)$ con la esfera $(0,0,0,2)$.

IX – COLISIONES – COLISIONES TIPO RAY TRACE CON PLANOS

1. Se tiene una pared que está formada por el plano $\pi: x + 2y + \frac{z}{\pi} = 0$, determine los puntos de colisión de la recta $P_1(-4,-2,1)\ y\ P_2(1,3,1)$.
2. Se tiene un plano $\pi: 5x - 4y + 2z = 12$ determina si la recta $P_1(6,4,2)$ y $P_2(2,-3,2)$ colisiona y en qué puntos.
3. Se tiene una pared que está formada por el plano $\pi: 2x - 3y + z = -5$, determine los puntos de colisión de la recta $P_1(0,1,3)\ y\ P_2(-4,4,1)$.
4. Se tiene una pared que está formada por el plano $\pi: 2x - 3y + z = -1$, determine los puntos de colisión de la recta $P_1(0,0,-1)\ y\ P_2(3,2,0)$.
5. Se tiene una pared que está formada por el plano $\pi: x + 3y + z = -5$, determine los puntos de colisión de la recta$P_1(5,0,0)\ y\ P_2(-6,4,2)$.

X – SPLINES - CURVA DE BEZIER

1. Genere los puntos para la curva formada por los puntos $P_0(2,2), P_1(3,3), P_2(4,13), P_3(5,7), P_4(7,1), P_5(10,0), P_6(15,-2)$
2. Grafique el problema anterior con una razón de 0.2 a partir de –2 hasta donde lo vea conveniente.
3. Genere los puntos para la curva formada por los puntos $P_0(\frac{1}{5},3),\ P_1(\frac{11}{5},\frac{3}{4}), P_2\ (\frac{8}{21},17),\ P_3(\frac{38}{72},\sqrt{35})$.
4. Grafique el problema anterior con los valores que vea conveniente.

XI - SPLINES - CURVA DE HERMITE

6. Utilizar el método de Hermite para hallar un polinomio $P(x)$ de grado 2 que satisfaga: $p(1) = 0, p'(1) = 7, p''(2) = 10.$

7. Utilizar el método de Hermite para hallar un polinomio $P(x)$ de grado 2 que satisfaga: $p(1) = 5, p'(1) = 1, p''(2) = 34.$

8. Utilizar el método de Hermite para hallar un polinomio $P(x)$ de grado 2 que satisfaga: $p(1) = 9, p'(1) = 56, p''(2) = 8.$

9. Utilizar el método de Hermite para hallar un polinomio $P(x)$ de grado 2 que satisfaga: $p(1) = 7, p'(1) = 7, p''(2) = 18.$

10. Construir el polinomio de Hermite que concuerde con f y f' en los puntos

$x_0 = -1,\ x_1 = 2,$ si $f(-1) = -11;\ f'(-1) = 14;\ f(2) = 4;\ f'(2) = 5.$

11. Construir el polinomio de Hermite que concuerde con f y f' en los puntos $x_0 = 7,\ x_1 = 17,$ si $f(-1) = 14;\ f'(-1) = -112;\ f(2) = 31;\ f'(2) = 3.$

XII – CURVAS DE CATMULL-ROM

1. Con los siguientes puntos de control:
   - $A(1,2)$;
   - $B(2,8)$;
   - $C(4,9)$;
   - $D(6,7)$;
   - $E(5,1)$;

   grafique la curva. El factor “t” incrementa en razón de 0.1.

2. Con los siguientes puntos de control:
   - $A(-1,6)$;
   - $B(2,7)$;
   - $C(-1,8)$;
   - $D(2,15)$;
   - $E(5,8)$;

   grafique la curva. El factor “t” incrementa en razón de 0.1.

XIII – COORDENADAS CARTESIANAS A POLARES

Convierta las siguientes coordenadas cartesianas a polares.

1. $(2,9)$
2. $(4.5,\ 7)$
3. $(5,\ \sqrt{8})$
4. $(\sqrt{4},\ \sqrt{13})$
5. $(1, \sqrt{3}\ )$
6. $(62,17\ )$
7. $(\frac{1}{3},\ \frac{4}{5})$
8. $(\frac{6}{7},\ \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{36}})$
9. $(-2, -\sqrt{35})$
10. $(5.4, -\frac{\sqrt{76}}{9}\ )$

XIV – COORDENDAS CILÍNDRICAS

1. El punto $P_1(-7,8,16)$ está expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas cilíndricas.
2. El punto $P_1(-4,8,-4)$ está expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas cilíndricas.
3. El punto $P_1(12,0.14,-7)$ está expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas cilíndricas.
4. El punto $P_1(\frac{7}{4},\frac{2}{8},\frac{12}{15})$ está expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas cilíndricas.
5. El punto $P_1(\frac{25}{7},\frac{2}{3},\frac{-14}{-3})$ está expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas cilíndricas.
6. Convierte las coordenadas cilíndricas $r = 15, \alpha = \frac{1}{7}, z = 4$ a coordenadas cartesianas
7. Convierte las coordenadas cilíndricas $r = 3, \alpha = \frac{\pi}{2}, z = 1$ a coordenadas cartesianas
8. Convierte las coordenadas cilíndricas $r = 5, \alpha = \frac{\pi}{12}, z = \frac{4}{9}$ a coordenadas cartesianas
9. Convierte las coordenadas cilíndricas $r = -11, \alpha = \frac{3\pi}{5}, z = \frac{13}{3}$ a coordenadas cartesianas
10. Convierte las coordenadas cilíndricas $r = 17, \alpha = -\frac{6}{17}, z = -3$ a coordenadas cartesianas

XV – COORDENADAS ESFÉRICAS

1. El punto $P(4, 67°, 23°)$ esta expresado en coordenadas esféricas. Halla sus coordenadas cartesianas.
2. El punto $P(2, 31°, 87°)$ esta expresado en coordenadas esféricas. Halla sus coordenadas cartesianas.
3. El punto $P(7, 15°, 34°)$ esta expresado en coordenadas esféricas. Halla sus coordenadas cartesianas.
4. El punto $P(10, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ esta expresado en coordenadas esféricas. Halla sus coordenadas cartesianas.
5. El punto $P(8, \frac{2\pi}{5}, \frac{\pi}{5})$ esta expresado en coordenadas esféricas. Halla sus coordenadas cartesianas.
6. El punto $P(2, 3, 4)$ esta expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas esféricas.
7. El punto $P(-4, 4, 6)$ esta expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas esféricas.
8. El punto $P(-7, -1, -\sqrt{54})$ esta expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas esféricas.
9. El punto $P(0, -\frac{17}{4}, 78)$ esta expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas esféricas.
10. El punto $P(-\frac{9}{\sqrt{9}}, \frac{21}{75}, \sqrt{75})$ esta expresado en coordenadas cartesianas. Halla sus coordenadas esféricas.